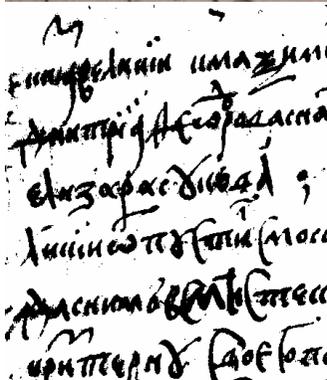
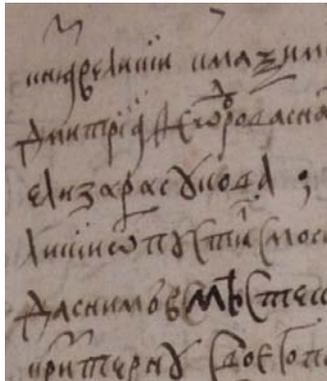


# Генерация признаков формы на основе анализа границ

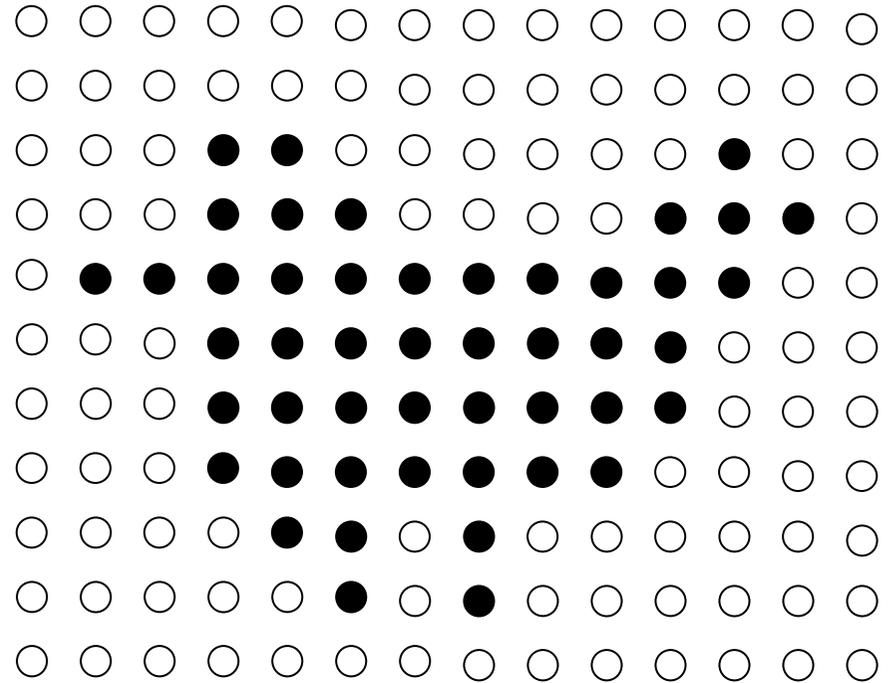
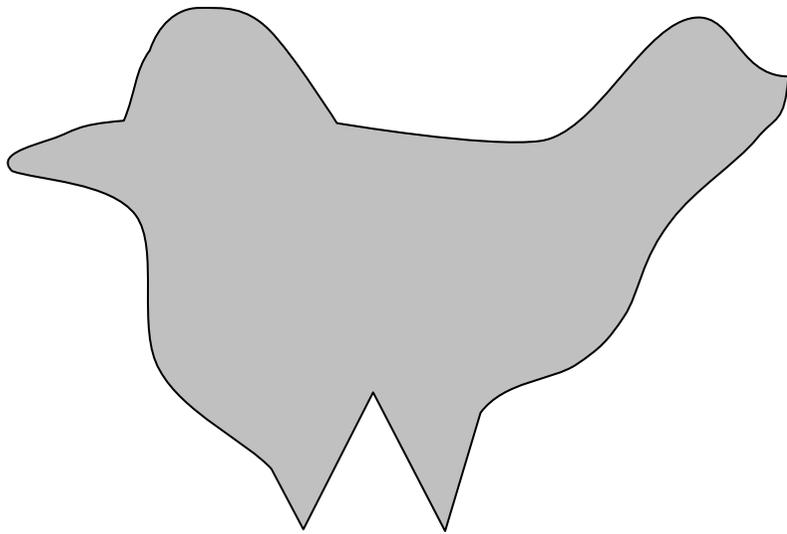
- Исходное описание образа в виде бинарного изображения
- Выделение границ образа
- Построение признакового описания на основе анализа границ

# Выделение формы на основе бинаризации



Примеры полутоновых изображений (вверху) и полученных на основе их обработки бинарных изображений (внизу)

# Дискретное представление формы



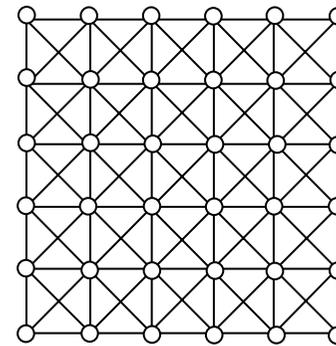
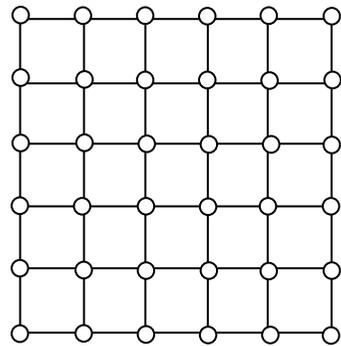
Непрерывное и дискретное представление формы

# Растровая решётка

1. *Растровой решёткой* называется квадратная решётка  $Z^2$ , состоящая из точек евклидовой плоскости с целочисленными координатами.
2. В растровой решётке две точки называются *непосредственными соседями* (или просто соседями), если евклидово расстояние между ними равно 1.
3. В растровой решётке две точки называются *косвенными соседями*, если расстояние между ними равно  $\sqrt{2}$ .

# Растровая решётка и структуры соседства

4. *4-смежностью* (или *сильной смежностью*) называется структура соседства, при которой соседними точками считаются только непосредственные соседи.
5. *8-смежностью* (или *слабой смежностью*) называется структура соседства, при которой соседними точками считаются как непосредственные, так и косвенные соседи.

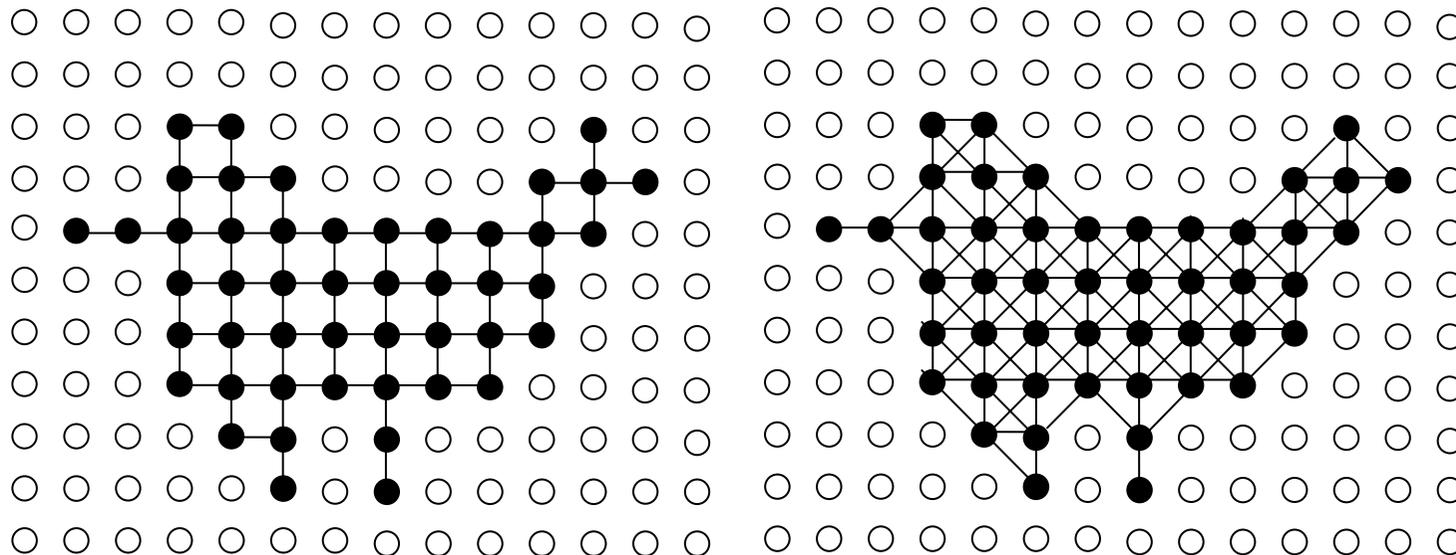


Структуры соседства точек растровой решётки: 4-смежность и 8-смежность.

# Граф смежности множества точек

$P \subset Z^2$  – множество точек в растровой решётке.

$G = \langle P, E \rangle$  – граф, вершинами которого являются точки из  $P$ , а рёбрами – прямолинейные отрезки, соединяющие все пары соседних вершин. Соседство вершин задаётся принятой структурой соседства. Граф  $G$  называется **графом смежности** множества точек  $P$ .



Графы смежности для 4-смежности и 8-смежности

# СВЯЗНОСТЬ МНОЖЕСТВА ТОЧЕК

6. Множество точек в растровой решётке называется *связным*, если его граф смежности является связным.

7. Два множества точек в растровой решётке называются *разделёнными*, если их объединение не является связным.



Связные и разделённые множества точек

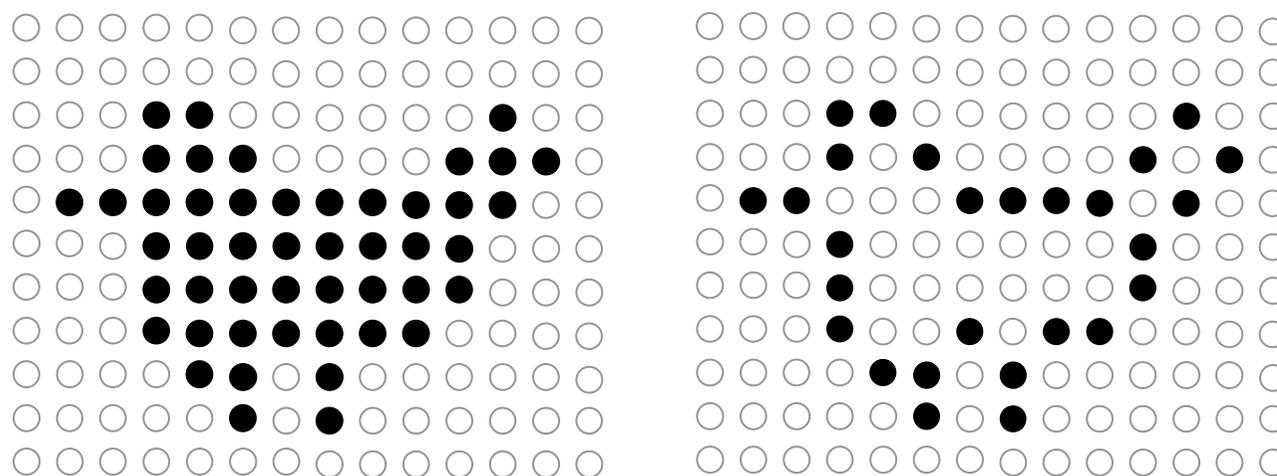
# Дискретная фигура

Рассмотрим бинарное изображение на растровой решётке, задаваемое двухцветной раскраской точек. Множество чёрных точек растровой решётки изображает объекты, а множество белых точек – фон.

*Дискретной фигурой* называется максимальное связное конечное множество чёрных точек в растровой решётке.

# Граничные точки дискретной фигуры

Точка дискретной фигуры называется *граничной*, если она имеет соседнюю точку, не принадлежащую фигуре в 4-смежной структуре соседства.



Граничные точки дискретной фигуры

# Задача построения границы

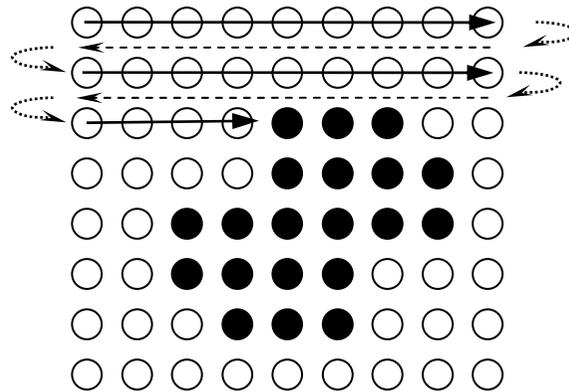
- Необходимо не только найти все граничные точки, но и упорядочить их вдоль края фигуры.
- При этом граница фигуры может состоять из нескольких связанных компонент (внутренние и внешние контура).
- На изображении может быть несколько фигур.

**Решение задачи включает два этапа:**

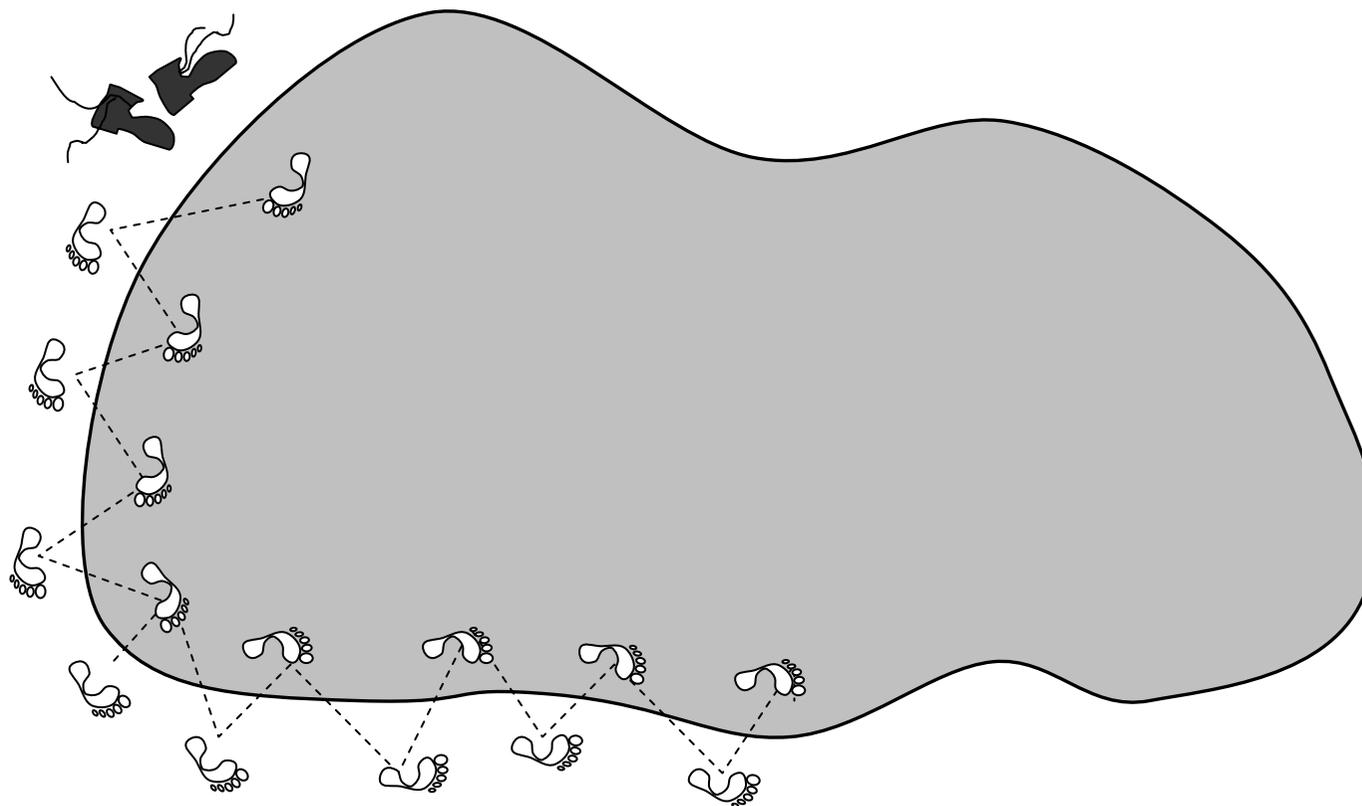
1. Поиск границы
2. Прослеживание границы

# Поиск границы

- Задача поиска состоит в том, чтобы найти хотя бы одну граничную точку для каждого граничного контура.
- Поиск достаточно вести только среди горизонтальных пар смежных точек.
- Поиск может быть выполнен построчным сканированием бинарного изображения. Построчное сканирование – это просмотр всех строк дискретной сцены сверху вниз и всех точек в строках слева направо

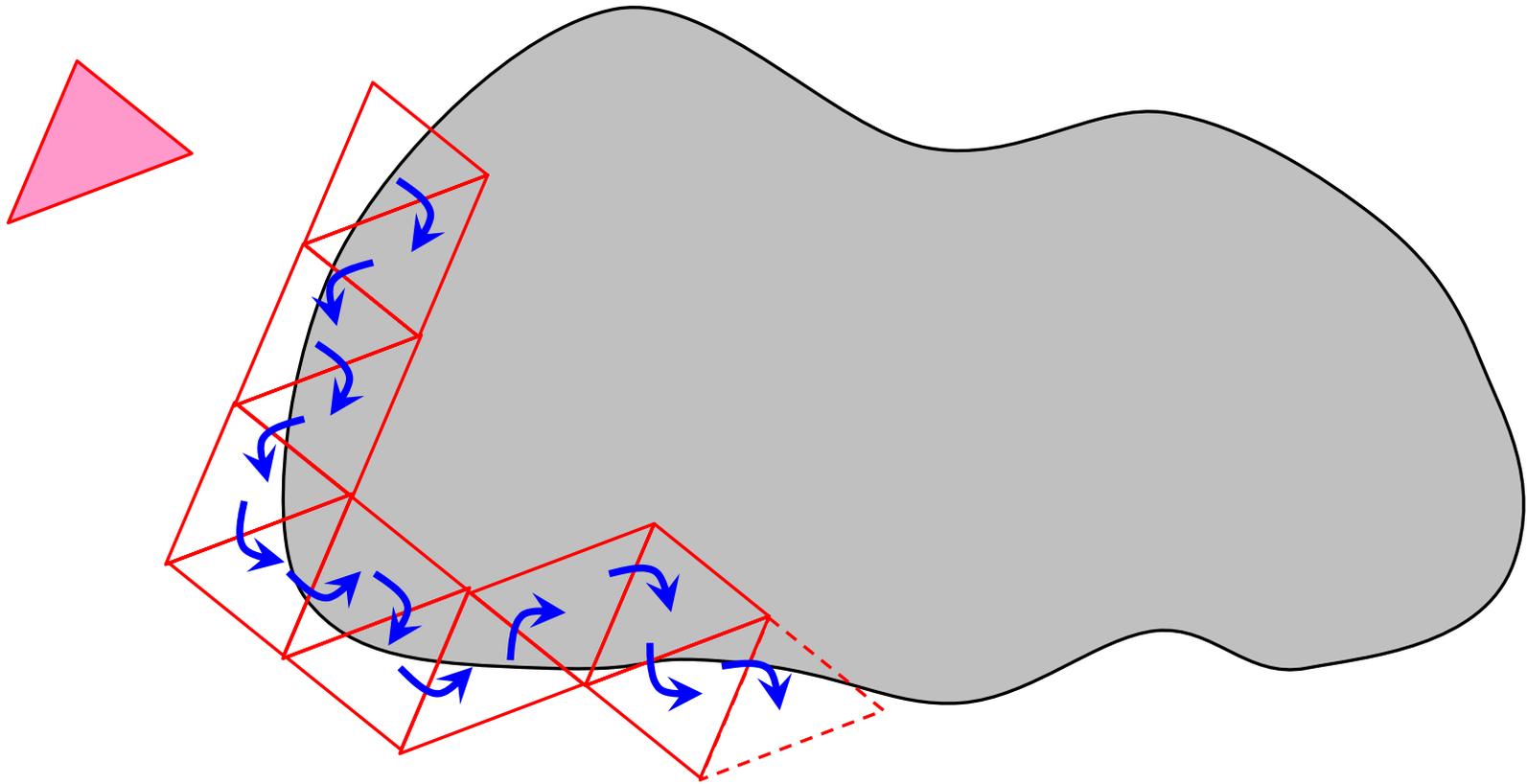


# Прослеживание границы



Прослеживание границы лужи

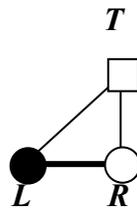
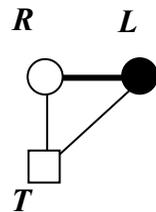
# Симплексное прослеживание



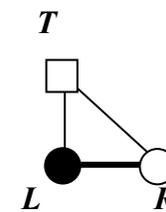
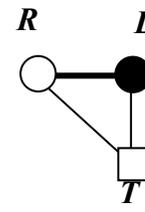
Прослеживание катящимся треугольником (симплексом)

# Начальный треугольник

- Входными данными для начала прослеживания является горизонтальная пара разноцветных точек:  $L=(L.x, L.y)$  – левая точка (чёрная), а  $R=(R.x, R.y)$  – правая точка (белая). Чёрные точки лежат слева, а белые справа по ходу прослеживания.
- Третья вершина  $T=(T.x, T.y)$  начального треугольника выбирается так, чтобы вершины треугольника  $L, R, T$  образовали правую тройку, т.е. располагались против часовой стрелки.



Диагональное направление



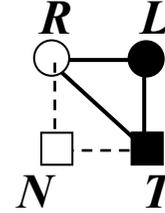
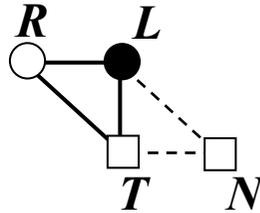
Антидиагональное направление

Для диагонального направления:  $T.x = R.x$ ,  $T.y = R.y + (R.x - L.x)$ ,

для антидиагонального:  $T.x = L.x$ ,  $T.y = L.y + (R.x - L.x)$ .

# Переворот треугольника

- Переворот выполняется через сторону треугольника  $RT$  или  $LT$ , причём через ту из них, у которой концевые точки имеют разные цвета (через разноцветную сторону).
- Новый треугольник является центрально симметричным старому относительно центра стороны, через которую выполняется переворот.



$$N = \begin{cases} T + (L - R) & \text{если } T \text{ чёрная} \\ T + (R - L) & \text{если } T \text{ белая} \end{cases}$$

# Новый треугольник

$(L_m, R_m, T_m)$  - треугольник на шаге  $m$ ,

$(L_{m+1}, R_{m+1}, T_{m+1})$  - треугольник на шаге  $m+1$ ,

$$L_{m+1} = \begin{cases} L_m, & \text{если } T_m \text{ белая} \\ T_m, & \text{если } T_m \text{ черная} \end{cases}$$

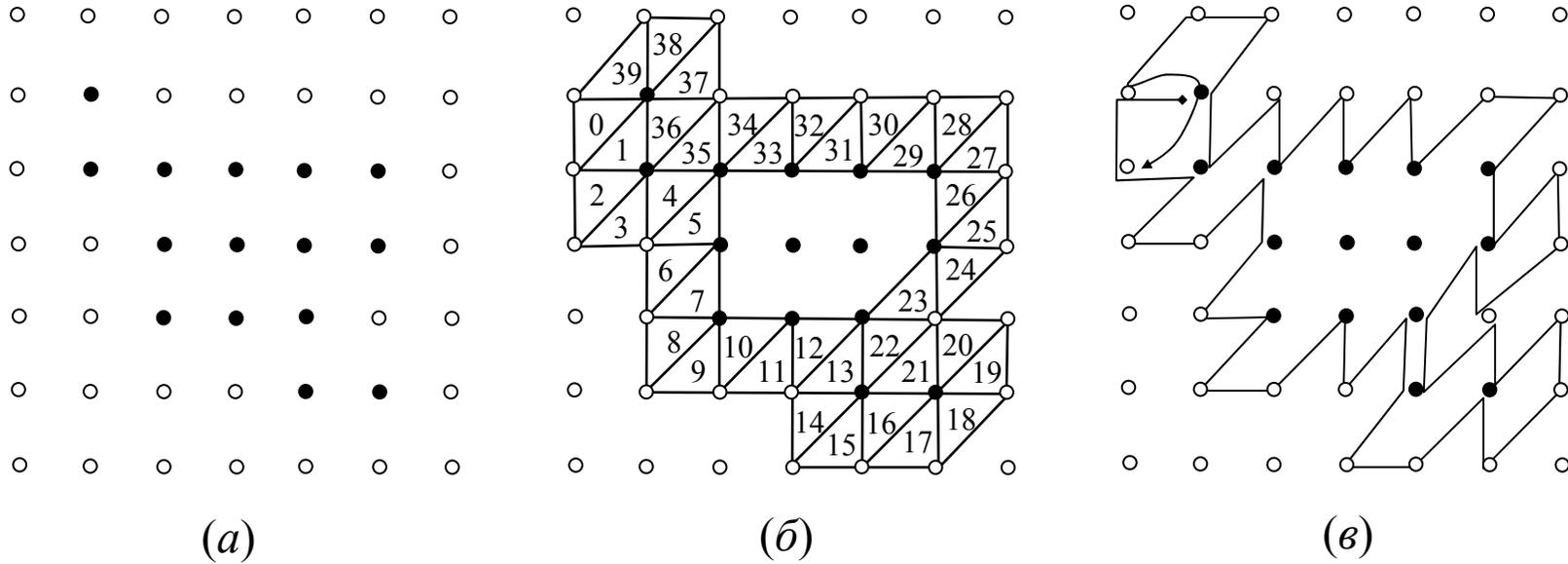
$$R_{m+1} = \begin{cases} T_m, & \text{если } T_m \text{ белая} \\ R_m, & \text{если } T_m \text{ черная} \end{cases}$$

$$T_{m+1} = N_m$$

# Завершение прослеживания

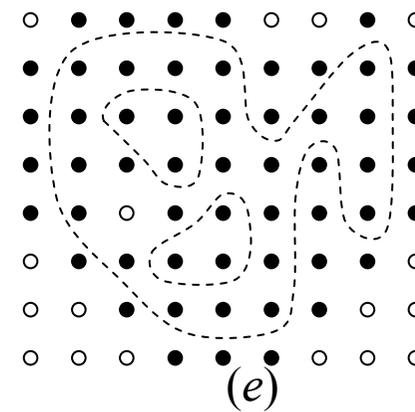
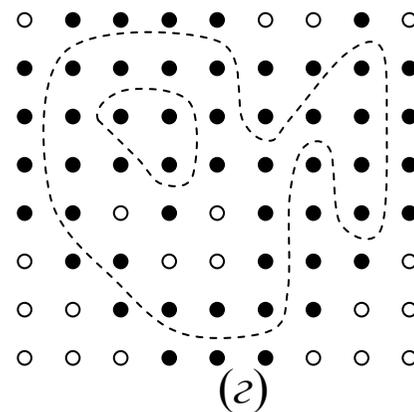
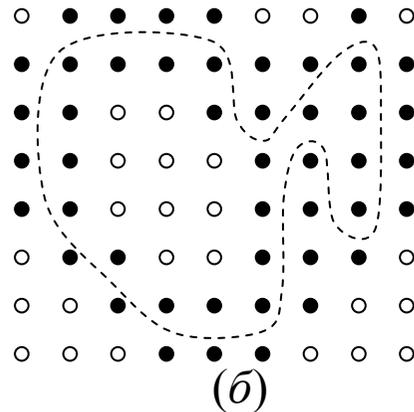
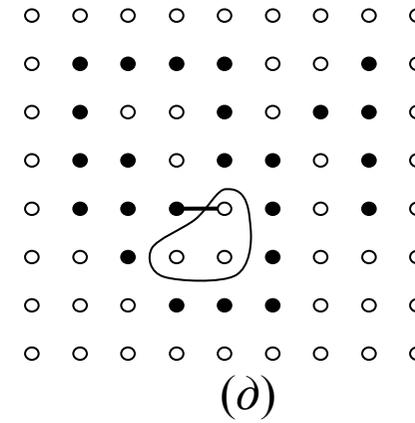
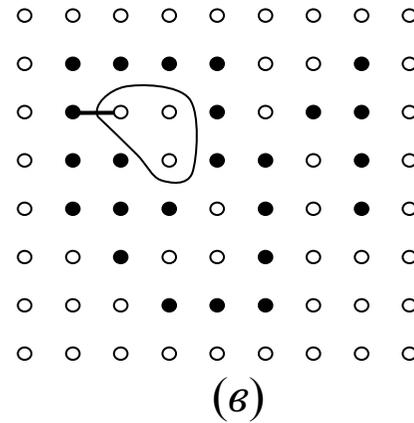
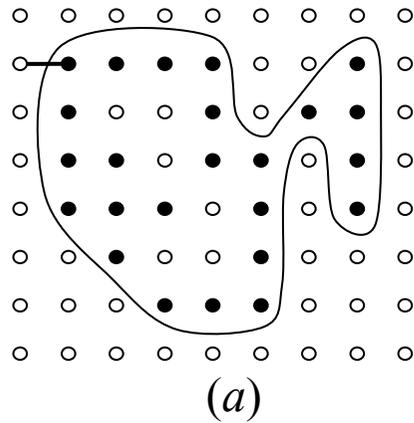
Условие завершения процесса прослеживания:  
совпадение вновь образованного треугольника  
 $(L_{m+1}, R_{m+1}, T_{m+1})$  с начальным треугольником  
 $(L_0, R_0, T_0)$ , т.е.  $L_{m+1} = L_0$ ,  $R_{m+1} = R_0$ ,  $T_{m+1} = T_0$ .

# След трассировки



Пройденное при прослеживании множество точек  $S = (L_0, R_0, T_0, T_1, T_2, \dots, T_m)$  называется следом трассировки.

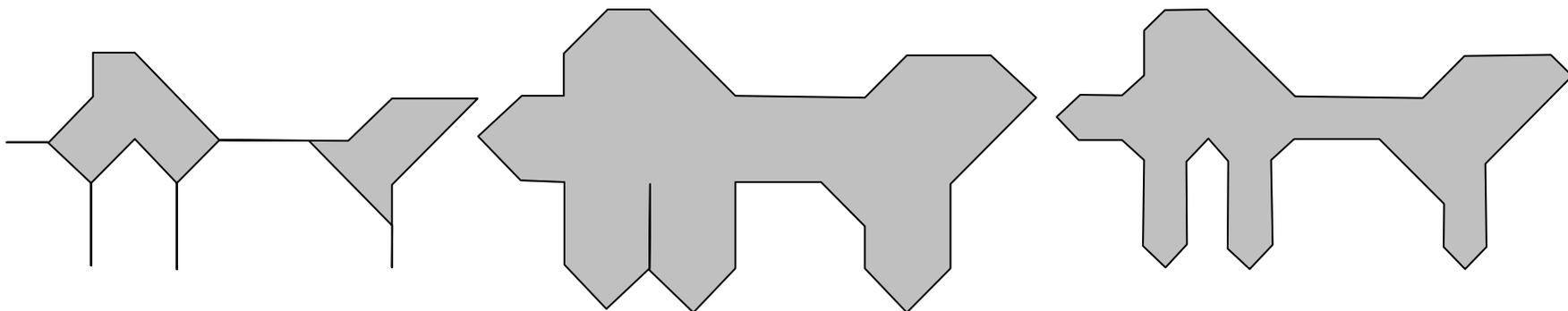
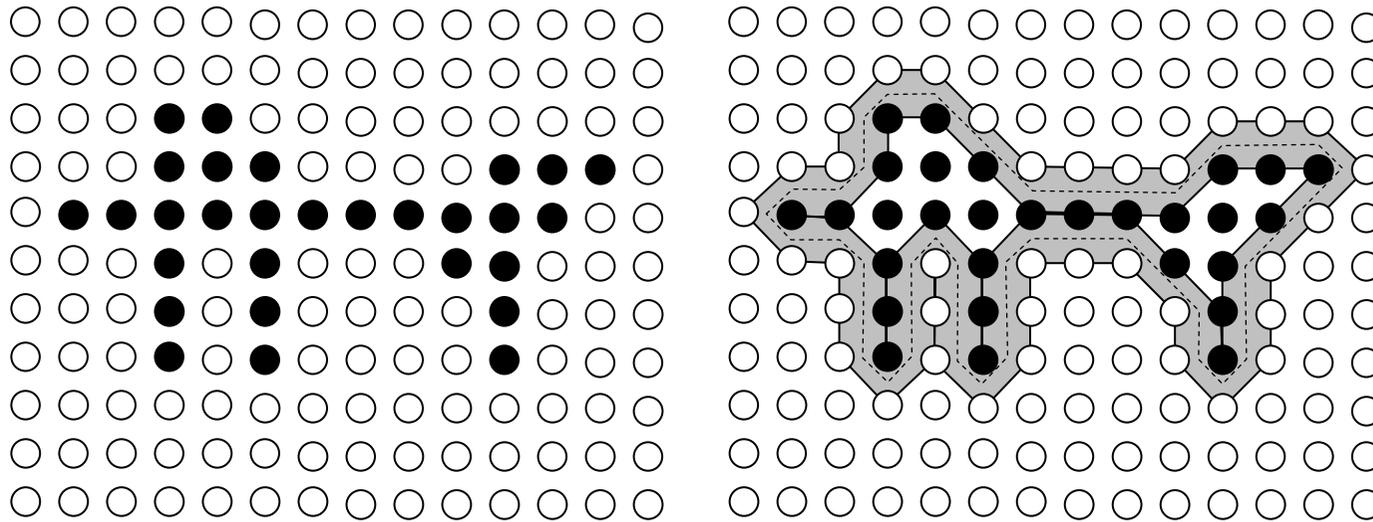
# Продолжение поиска границы



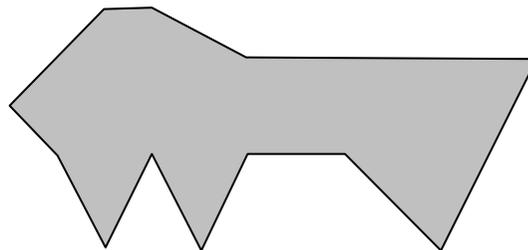
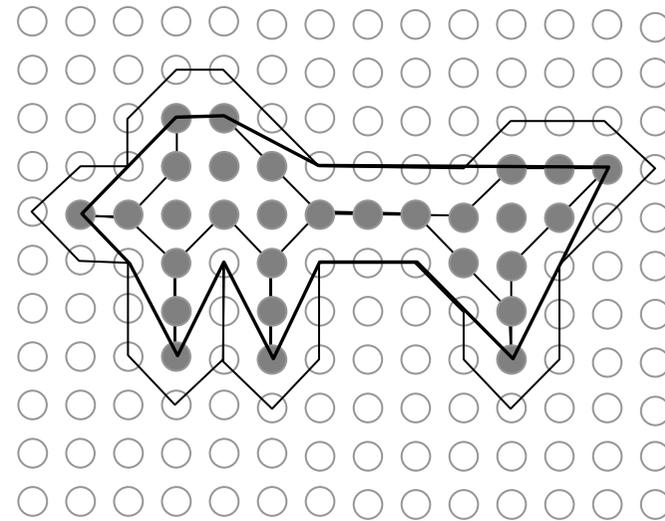
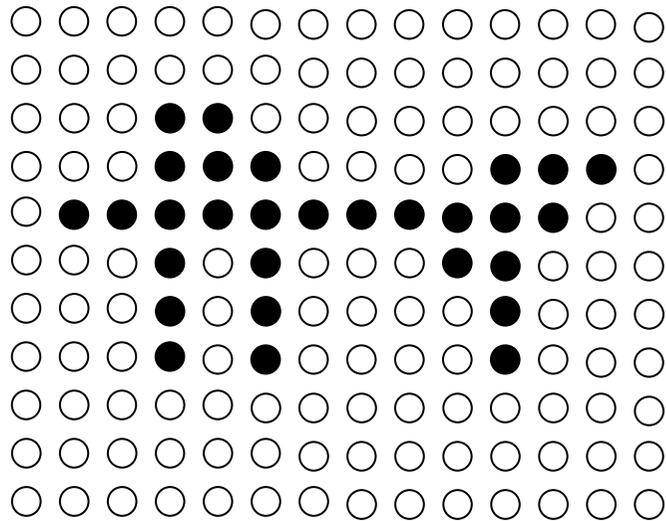
Найденные горизонтальные граничные пары (верхний ряд),  
матрица пометок (нижний ряд).

Условие: в найденной горизонтальной граничной паре должна  
быть хотя бы одна непомеченная точка.

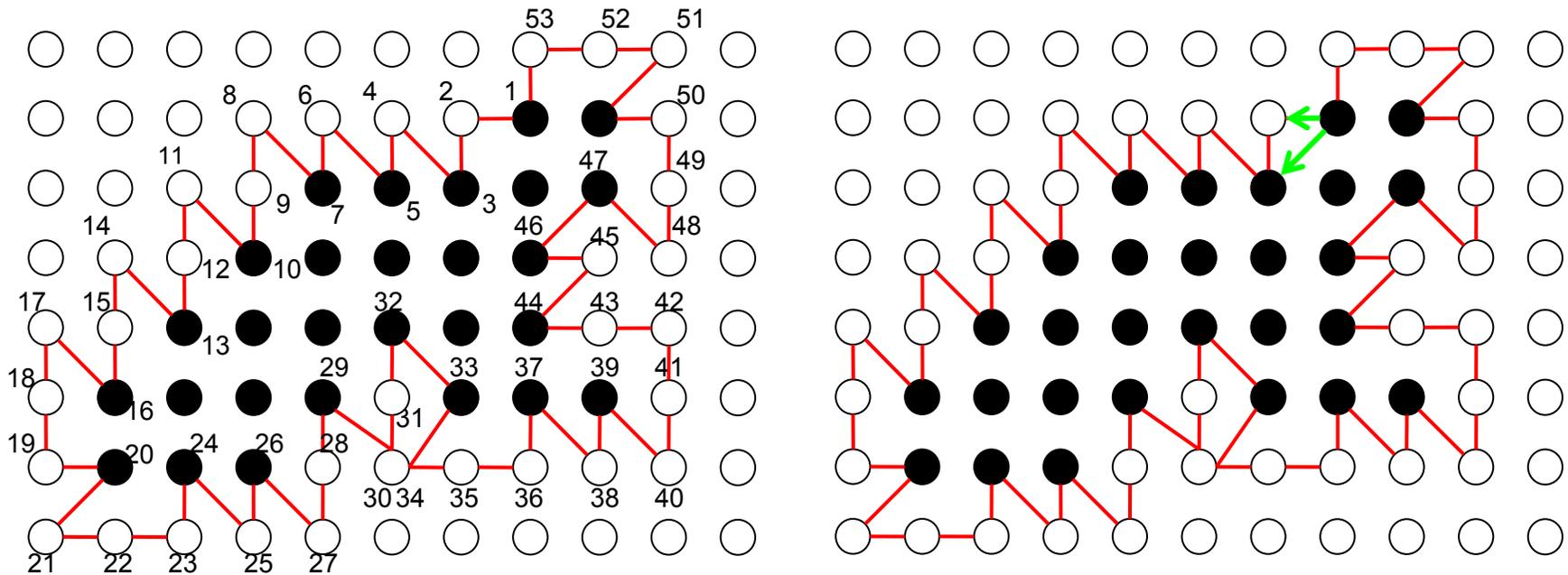
# Аппроксимация границы МНОГОУГОЛЬНИКАМИ



# Минимальные разделяющие многоугольники



# Первая вершина минимального разделяющего многоугольника



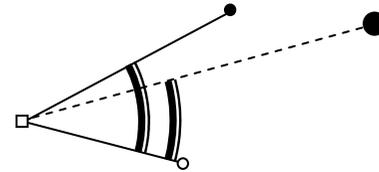
Первая угловая – черная точка в первой граничной паре  
Для каждой угловой точки определяется сектор обзора – первая белая и первая чёрная точки в списке вслед за угловой.

# Алгоритм вытягивания границы

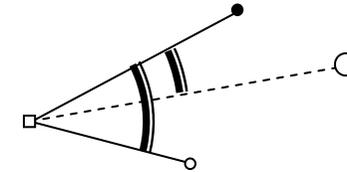
1. Перебор точек следа трассировки, расположенных вслед за угловой;
2. Для каждой точки следа проверка на попадание в сектор обзора и корректировка сектора обзора;
3. Процесс завершается, когда очередная угловая точка совпала с начальной.

# Коррекция сектора обзора

Коррекция  
сектора обзора

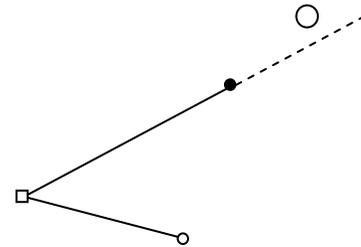


(a)

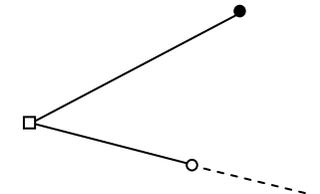


(б)

Появление новой  
угловой точки

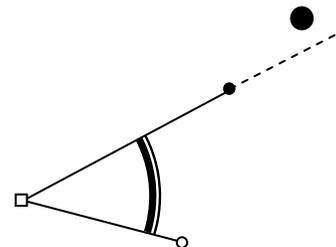


(в)

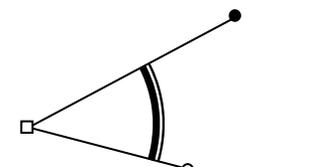


(г)

Сохранение  
старого сектора  
обзора

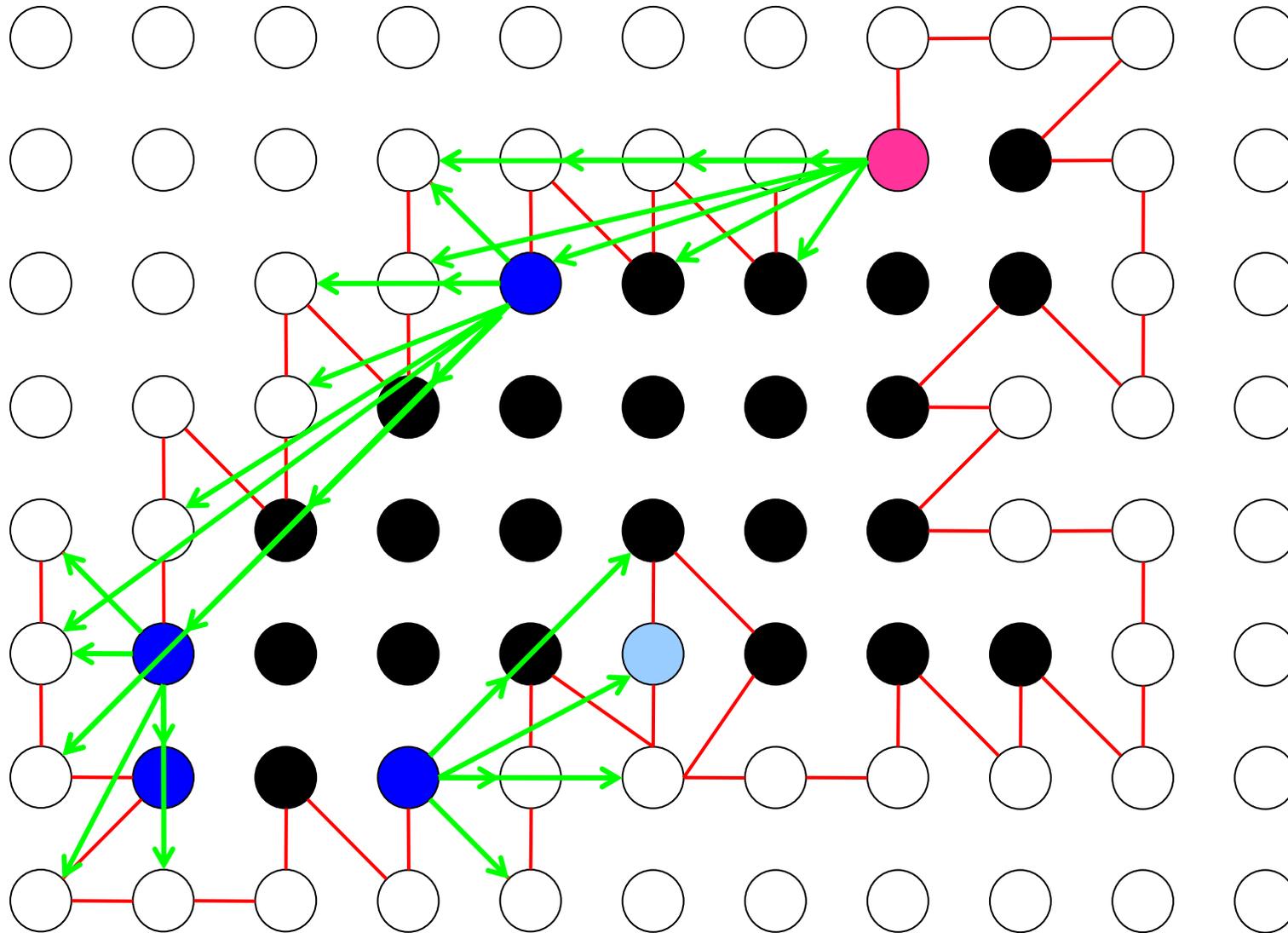


(д)



(е)

# Вычисление угловых точек



# Вычисление признаков формы по многоугольной границе

1. Длина границы (периметр)
2. Площадь фигуры
3. Округлость фигуры
4. Энергия изгиба
5. Количество углов
6. Количество отверстий
7. Признаки Фурье

# Геометрические признаки

$V_0, V_1, \dots, V_n$  - вершины многоугольника,  $V_0 = V_n$ ,

$V_i = (x_i, y_i)$ ,  $i = 0, \dots, n$  - координаты вершин,

**Периметр:** 
$$P = \sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - x_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}$$

**Площадь:** 
$$S = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n-1} [(V_i - V_0) \times (V_{i+1} - V_0)],$$

где  $[a \cdot b] = a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x$  - векторное произведение векторов  $a = (a_x, a_y)$  и  $b = (b_x, b_y)$ .

**Округлость:** 
$$\gamma = \frac{P^2}{4\pi \cdot S}$$

**Энергия изгиба:** 
$$E(n) = \frac{1}{P} \sum_{i=0}^{n-1} |k_i|^2, \quad k_i = \theta_{i+1} - \theta_i.$$

# Признаки Фурье

Рассмотрим последовательность комплексных чисел

$$u_k = x_k + i \cdot y_k.$$

Для  $n$  точек  $u_k$  определим ДФП:

$$f_l = \sum_{k=0}^{N-1} u_k \exp\left(-i \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot l \cdot k\right), \quad l = 0, 1, \dots, N-1.$$

Получим  $f_l$  – Фурье-описание границы.

# Свойства признаков Фурье

Рассмотрим, как изменяется  $f_l$  при сдвиге, повороте, масштабировании и сдвиге начальной точки.

**СДВИГ** описывается следующим образом:  $x'_k = x_k + \Delta x$ ,  $y'_k = y_k + \Delta y$  и  $u'_k = u_k + \Delta u$ . Тогда

$$f'_l = f_l + \Delta u \delta(l), \text{ где } \delta = \begin{cases} 1, & \text{при } l = 0 \\ 0, & \text{при } l \neq 0 \end{cases}.$$

При  $l = 0$   $f'_0 \neq f_0$ , т.к.

$$f'_0 = f_0 + \Delta u \delta(0) = f_0 + \Delta u \neq f_0.$$

При  $l \neq 0$   $f'_l = f_l$ , т.к.

$$f'_l = f_l + \Delta u \delta(l) = f_l + \Delta u \cdot 0 = f_l$$

**Поворот** описывается следующим соотношением:  $u'_k = u_k \cdot \exp(j\theta)$ .

Следовательно,  $f'_l = f_l \cdot \exp(j\theta)$ , т.е. поворот не меняет модулей, а именно  $|f'_l| = |f_l|$ .

**Масштабирование** описывается следующим соотношением:

$u'_k = a \cdot u_k$ . Следовательно,  $f'_l = a \cdot f_l$ . Т.к.

$$\frac{f'_i}{f_i} = a \text{ и } \frac{f'_j}{f_j} = a,$$

то масштабирование не меняет соотношения

$$\frac{f'_i}{f'_j} = \frac{f_i}{f_j}.$$

**Сдвиг начальной точки** определяется следующим образом:  $u'_k = u_{k-k_0}$ .

Следовательно  $f'_l = f_l \cdot \exp\left(-j \cdot \frac{2\pi}{N} \cdot k_0 \cdot l\right)$ ,

т.е. сдвиг начальной точки сохраняет модули:  $|f'_l| = |f_l|$ .

